

Übungsblatt 10

Aufgabe 1 (3+3+2+2 Pkt.): Wir betrachten $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, mit $f\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = \frac{1}{1 + \left\|\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right\|_2^2}$ auf verschiedenen Teilmengen $D \subset \mathbb{R}^2$. Bestimmen Sie, sofern sie existieren, die lokalen Minimalstellen (Min.) bzw. Maximalstellen (Max.) von f auf D .

- a) Min. auf $D = \left\{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid \left\|\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right\|_2 \leq 1\right\}$, b) Min. auf $D = \left\{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid \left\|\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right\|_2 < 1\right\}$,
c) Min. auf $D = \left\{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid \left\|\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right\|_2 = 1\right\}$, d) Max. auf $D = \left\{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid \left\|\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right\|_2 \leq 1\right\}$.

Bestimmen Sie zu den nachfolgenden Problemen alle KKT-Punkte, d.h. alle Punkte x , zu denen es einen Lagrange-Multiplikator λ gibt, der die Optimalitätsbedingungen erfüllt.

Aufgabe 2 (10 Pkt.): Minimiere $x_2 + x_3$, wobei $x_2x_3 - x_1x_4 = 2$.

Aufgabe 3 (10 Pkt.): Minimiere $x_1^2 - x_2^2 + x_1$, wobei $\left\|\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}\right\|_2^2 = x_1^2 + x_2^2 \leq 1$.

Aufgabe 4 (10 Pkt.): Minimiere $x_2 - 4x_1$, wobei $x_1 + x_1^2 - x_2 \leq 0$, $x_1 \geq 0$.

Abgabe: In den entsprechenden Zettelkasten gegenüber vom Raum 25.22.00.58 oder über Ilias bis Mi., 01.07.2026, 10:00 Uhr.

Besprechung: In der Übung am Mi., 01.07.2026.